

## Chapitre 9 Probabilités et variables aléatoires

### Question d'ouverture



Dans un nouveau jeu de hasard, on doit gratter deux cases à choisir parmi cinq dans une grille à deux euros. Deux des cinq cases sont gagnantes et on peut y lire, après grattage : « GAGNANT ». Pour gagner, il faut gratter uniquement les deux cases gagnantes : on empoche alors dix euros ; sinon, on a perdu sa mise. Comment la société qui commercialise ce jeu aléatoire peut-elle *a priori* estimer son gain si elle vend les 50 000 grilles fabriquées pour le lancement du jeu ?

### Réponse à la question d'ouverture

Il y a dix manières de choisir deux cases parmi les cinq (on peut utiliser un arbre de dénombrement en tenant compte à sa lecture, du fait que l'ordre de grattage n'entre pas en compte). Soit  $X$  la variable aléatoire égale au gain algébrique (en euro) d'un joueur grattant deux cases à ce jeu. La loi de  $X$  est donnée par le tableau :

Valeurs $x_j$ de $X$	-2	+8
Probabilités $p_j$	$\frac{9}{10}$	$\frac{1}{10}$

L'espérance de  $X$  est donc :  $E(X) = -2 \times \frac{9}{10} + 8 \times \frac{1}{10} = -1$ .

En prenant cette espérance comme estimation de la moyenne du gain algébrique par grille grattée (loi faible des grands nombres), on peut donner un ordre de grandeur du gain de la société qui commercialise ce jeu pour 50 000 grilles vendues : environ  $1 \times 50\,000 = 50\,000$  €.